



STATISTIQUES

Rappels

Définitions

Population:

On appelle population l'ensemble des individus (personne ou objet) étudié (faisant l'objet d'une étude statistique).

Caractère:

Caractère sur lequel repose une étude statistique. On parle de caractère qualitatif quand il n'est pas chiffré (langue, préférence, secteur d'activité, couleur, sexe, ...) ou quantitatif (poids, tailles, longueurs, ...).

Valeurs:

Ce sont toutes les valeurs possibles que peut prendre ce caractère.

Données:

Ce sont toutes les mesures que l'on a recueillies.

Effectif d'une valeur :

C'est le nombre de fois qu'apparait cette valeur, c'est-à-dire le nombre d'individus qui la possèdent.

Effectif Total:

C'est le nombre d'individus dans la population étudiée.

Formules

Fréquence:

 $Fr\'{e}quence d'une \ valeur = rac{Effectif \ de \ cette \ valeur}{Effectif \ Total}$

Moyenne:

 $Moyenne = \frac{La\ somme\ de\ toutes\ les\ valeurs}{Effectif\ Total}$





Médiane:

La médiane est la valeur dont 50% des valeurs lui est supérieure et 50% lui est inférieure.

- Si notre effectif total (qu'on nommera n) est pair, alors la médiane est la moyenne entre la $\frac{n}{2}$ ème et la $\frac{n}{2} + 1$ ème valeur.
- ightharpoonup Si notre effectif total est impair, alors la médiane est la valeur $\frac{n+1}{2}$ ème.

1^{er} Quartile:

Le premier quartile est la valeur dont 25% des valeurs lui est inférieure. Prenons un effectif total qui vaut n. Le premier quartile est la valeur $\frac{n}{4}$ ème (arrondi à l'unité par excès).

Exemple : J'ai 25 valeurs, $\frac{25}{4} = 6,25$, donc le premier quartile est égal à la $7^{\text{ème}}$ valeur.

3ème Quartile:

Le troisième quartile est la valeur dont 25% des valeurs lui est supérieure. Prenons un effectif total qui vaut n. Le troisième quartile est la valeur $3 \times \frac{n}{4}$ ème (arrondi à l'unité par défaut).

Exemple: J'ai 25 valeurs, $3 \times \frac{25}{4} = 18,75$, donc le premier quartile est égal à la $18^{\text{ème}}$ valeur.

Mode:

En statistique, le mode, ou valeur dominante, est la valeur la plus représentée d'une variable quelconque dans une population donnée.

Écart à la moyenne :

L'écart à la moyenne d'une valeur est la valeur absolue de la différence entre la moyenne et cette valeur.

Variance:

$$V = \sum \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Avec V la variance, μ la moyenne, x_i les valeurs de la série, n l'effectif total de la série.

L'écart-type:

$$\sigma = \sqrt{V}$$

On a donc : $V = \sigma^2$







Représentation graphique

Exemple 1 : Dans une classe de 24 élèves, les élèves ont le choix entre :

- Ne pas prendre d'option.
- Option Latin.
- Option Grecque.
- Option Méthodes et Pratiques Scientifiques (MPS).

Ils ne peuvent pas prendre plusieurs options.

Voici les données statistiques :

Options	Aucune	Latin	Grecque	MPS
Effectifs	6	6	4	8

Diagramme en bâtons :

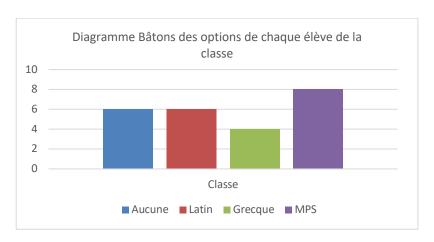


Diagramme circulaire (camembert) :

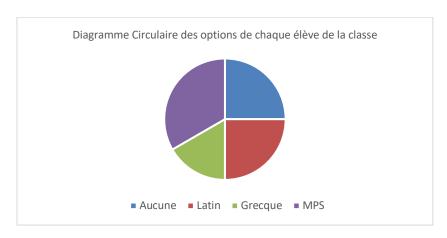








Diagramme à bandes :

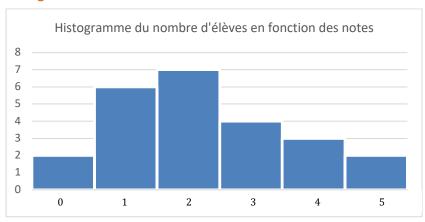


Exemple 2 : Dans cette même classe de 24 élèves, on étudie les notes que les élèves ont eu à une interrogation notée sur 5.

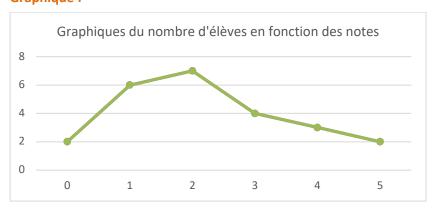
Voici les données statistiques :

Notes	0	1	2	3	4	5
Effectifs	2	6	7	4	3	2

> Histogramme:



> Graphique:





Exercices

EXERCICE 1

Une société de services en informatique fait une analyse des temps d'utilisation devant un ordinateur. Elle réalise une enquête auprès d'un échantillon de 200 clients et obtient les résultats suivants.

Te	emps de connexion (en h/an)	[200; 400[[400; 600[[600; 800[[800; 1000[[1000; 1200[[1200; 1400[
	Nombres d'utilisateurs	15	32	35	78	31	9
	Effectifs cumulés						
	croissants						

- 1) Quel est le pourcentage d'utilisateurs qui se connectent moins de 1 000 heures ?
- 2) Quel est le temps moyen d'utilisation d'un ordinateur ?
- 3) Compléter le tableau avec les effectifs cumulés croissants.
- 4) Représenter graphiquement cette série des effectifs cumulés.

EXERCICE 2

Les dernières notes de Thomas en maths sont : 10, 13, 8, 9 et 5.

Il espère remonter sa moyenne grâce au prochain devoir.

Quelle note doit-il obtenir pour avoir au moins 10 de moyenne pour le trimestre ?

EXERCICE 3

Dans une même classe, les professeurs de Français et de Mathématiques comparent leurs notes :

Notes	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif en Français	0	0	0	0	3	5	3	7	6	3	2	1	0	0	0
Effectif en Maths	1	1	2	1	3	4	3	2	1	2	3	4	2	0	1

- 1) Quel est le mode pour chaque série ?
- 2) Quel est l'étendue pour chaque série ?
- 3) Calculer la moyenne en Français et en Maths.
- 4) Déterminez la médiane des deux séries.
- 5) Quelles conclusions peut-on donner à la comparaison?





EXERCICE 4

Dans une classe de 24 élèves, les élèves ont le choix entre :

- Ne pas prendre d'option.
- Option Latin.
- Option Grecque.
- Option Méthodes et Pratiques Scientifiques (MPS).

Ils ne peuvent pas prendre plusieurs options.

Voici les données statistiques :

Options	Aucune	Latin	Grecque	MPS
Effectifs	6	6	4	8

- 1) Donner la fréquence des élèves ayant pris l'option latin en pourcentage.
- 2) Donner la fréquence des élèves ayant pris une langue morte en option en pourcentage.

EXERCICE 5

Dans cette même classe de 24 élèves, on étudie les notes que les élèves ont eu à une interrogation notée sur 5.

Voici les données statistiques :

Notes	0	1	2	3	4	5
Effectifs	2	6	7	4	3	2

- 1) Donner la fréquence d'élèves ayant eu une note inférieure ou égale à 2 en pourcentage.
- 2) Calculer la moyenne de cette série statistique.
- 3) Donner la médiane de cette série.
- 4) Donner le premier et le troisième quartile de cette série.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.







Corrigé

EXERCICE 1

Une société de services en informatique fait une analyse des temps d'utilisation devant un ordinateur. Elle réalise une enquête auprès d'un échantillon de 200 clients et obtient les résultats suivants.

Temps de connexion (en h/an)	[200; 400[[400; 600[[600; 800[[800; 1000[[1000; 1200[[1200; 1400[
Nombres d'utilisateurs	15	32	35	78	31	9
Effectifs cumulés croissants	15	47	82	160	191	200

1) Quel est le pourcentage d'utilisateurs qui se connectent moins de 1 000 heures ?

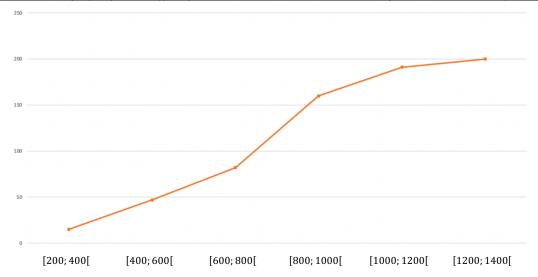
$$\frac{15 + 32 + 35 + 78}{200} = 0.80 = 80\%$$

2) Quel est le temps moyen d'utilisation d'un ordinateur ?

$$m = \frac{300 \times 15 + 500 \times 32 + 700 \times 35 + 900 \times 78 + 1100 \times 31 + 1300 \times 9}{200} = 805 \, h/an$$

- 3) Compléter le tableau avec les effectifs cumulés croissants.
- 4) Représenter graphiquement cette série des effectifs cumulés.

Représentation graphique des effectifs cumulés du nombre de clients en fonction de leur temps d'écran





EXERCICE 2

Les dernières notes de Thomas en maths sont : 10, 13, 8, 9 et 5.

Il espère remonter sa moyenne grâce au prochain devoir. Quelle note doit-il obtenir pour avoir au moins 10 de moyenne pour le trimestre ?

Soit x la dernière note de Thomas.

$$\frac{10+13+8+9+5+x}{6} = 10$$

$$\frac{45+x}{6} = 10$$

$$\frac{x}{6} = 10 - \frac{45}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{60}{6} - \frac{45}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{15}{6}$$

$$x = 15$$

La dernière note de Thomas doit être 15.

EXERCICE 3

Dans une même classe, les professeurs de Français et de Mathématiques comparent leurs notes :

Notes	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif en Français	0	0	0	0	3	5	3	7	6	3	2	1	0	0	0
Effectif en Maths	1	1	2	1	3	4	3	2	1	2	3	4	2	0	1

1) Quel est le mode pour chaque série ?

Le mode pour la série des notes de français est le 10, et pour celle des notes de maths c'est 8 et 14.

2) Quel est l'étendue pour chaque série ?

L'étendue pour la série des notes de français est de 14 - 7 = 7, et pour celle des notes de maths c'est 17 - 3 = 14.

3) Calculer la moyenne en Français et en Maths.

$$m_{français} = \frac{7 \times 3 + 8 \times 5 + 9 \times 3 + 10 \times 7 + 11 \times 6 + 12 \times 3 + 13 \times 2 + 14}{3 + 5 + 3 + 7 + 6 + 3 + 2 + 1} = \frac{300}{30} = 10$$







$$m_{maths} = \frac{3 + 4 + 5 \times 2 + 6 + 7 \times 3 + 8 \times 4 + 9 \times 3 + 10 \times 2 + 11 + 12 \times 2 + 13 \times 3 + 14 \times 4 + 15 \times 2 + 17}{3 + 5 + 3 + 7 + 6 + 3 + 2 + 1} \\ = \frac{300}{30} = 10$$

4) Déterminez la médiane des deux séries.

 $\frac{30}{2}=15$ donc la médiane est entre la $15^{\rm ème}$ et la $16^{\rm ème}$ valeur.

$$med_{français} = 10$$

$$med_{maths} = 9.5$$

5) Quelles conclusions peut-on donner à la comparaison?

Les moyennes et les médianes sont sensiblement les mêmes pour les deux séries, en revanche, l'étendue est beaucoup plus grande pour la série des notes de maths, ce qui montre une grande hétérogénéité dans les niveaux de la classe en maths.

EXERCICE 4

Dans une classe de 24 élèves, les élèves ont le choix entre :

- Ne pas prendre d'option.
- Option Latin.
- Option Grecque.
- Option Méthodes et Pratiques Scientifiques (MPS).

Ils ne peuvent pas prendre plusieurs options.

Voici les données statistiques :

Options	Aucune	Latin	Grecque	MPS
Effectifs	6	6	4	8

1) Donner la fréquence des élèves ayant pris l'option latin en pourcentage.

$$f_{latin} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

2) Donner la fréquence des élèves ayant pris une langue morte en option en pourcentage.

$$f_{langue\ morte} = \frac{6+4}{24} = \frac{10}{24} = 0.42 = 42\%$$





EXERCICE 5

Dans cette même classe de 24 élèves, on étudie les notes que les élèves ont eu à une interrogation notée sur 5.

Voici les données statistiques :

Notes	0	1	2	3	4	5
Effectifs	2	6	7	4	3	2

Donner la fréquence d'élèves ayant eu une note inférieure ou égale à 2 en pourcentage.

$$f_{x \le 2} = \frac{2+6+7}{24} = 0,625 = 62,5\%$$

2) Calculer la moyenne de cette série statistique.

$$m = \frac{0 \times 2 + 6 + 2 \times 7 + 4 \times 3 + 3 \times 4 + 2 \times 5}{24} = 2,25$$

Donner la médiane de cette série.

$$\frac{24}{2} = 12$$

La médiane est une valeur entre la 12^{ème} et la 13^{ème} valeur.

La 12^{ème} et la 13^{ème} valeur valent toutes les deux 2, donc la médiane est 2.

4) Donner le premier et le troisième quartile de cette série.

$$\frac{1}{4} \times 24 = 6$$

Donc le premier quartile est une valeur entre la 6^{ème} et la 7^{ème} valeur. Ici, la 6^{ème} et la 7^{ème} valeur valent toutes les deux 1, donc le premier quartile est 1.

$$\frac{3}{4} \times 24 = 18$$

Donc le troisième quartile est la 18^{ème} valeur, donc 3.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

