



ÉQUATIONS QUOTIENTS

Rappels

Un produit est nul, si et seulement si, l'un, au moins, des facteurs est nul.

Autrement dit,

$$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

Un quotient est nul si son numérateur est nul. Son **dénominateur**, quant à lui, ne doit **JAMAIS être nul**.

C'est-à-dire :

$$\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ et } b \neq 0$$

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées **valeurs interdites**.

Exemple d'une équation :

$$\frac{3x + 7}{4 - 3x} = 0$$

- ❖ Le **dénominateur** doit toujours être différent de 0. Donc $4 - 3x \neq 0$. Or,

$$\begin{aligned} 4 - 3x &\neq 0 \\ -3x &\neq -4 \\ 3x &\neq 4 \\ x &\neq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$\frac{4}{3}$ est appelé la **valeur interdite**.

- ❖ Nous savons qu'une fraction $\frac{a}{b} = 0$, si et seulement si, $a = 0$ et $b \neq 0$.

Donc nous avons :

$$\begin{aligned} 3x + 7 &= 0 \\ 3x &= -7 \\ x &= -\frac{7}{3} \\ \text{Or } -\frac{7}{3} &\neq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{7}{3} \right\}$$

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars





Exercices

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes.

$$\frac{2x + 2}{x + 1} = 0$$

$$\frac{5x + 3}{2 - x} = 0$$

$$\frac{3x + 1}{4 + x} = 0$$

$$\frac{6x + 2}{3x + 1} = 0$$

$$\frac{x + 3}{2 - x} = 0$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes.

$$\frac{3}{1 + x} + \frac{2 - 5x}{x} = 0$$

$$\frac{5}{2 - x} = \frac{3}{x + 3}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars





Corrigés

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes.

1^{ère} équation :

$$\frac{2x + 2}{x + 1} = 0$$

1^{ère} étape :

Cherchons la valeur interdite.

$$\begin{aligned} x + 1 &\neq 0 \\ x &\neq -1 \end{aligned}$$

La valeur interdite est -1 .

2^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 0 \\ 2x &= -2 \\ x &= -\frac{2}{2} = -1 \end{aligned}$$

-1 est la valeur interdite, donc il n'y a pas de solutions.

$$S = \emptyset$$

2^{ème} équation :

$$\frac{5x + 3}{2 - x} = 0$$

1^{ère} étape :

Cherchons la valeur interdite.

$$\begin{aligned} 2 - x &\neq 0 \\ -x &\neq -2 \\ x &\neq 2 \end{aligned}$$

La valeur interdite est 2 .





2^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$5x + 3 = 0$$

$$5x = -3$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

$$-\frac{3}{5} \neq 2$$

Donc,

$$S = \left\{ -\frac{3}{5} \right\}$$

3^{ème} équation :

1^{ère} étape :

Cherchons la valeur interdite.

$$\frac{3x + 1}{4 + x} = 0$$

$$4 + x \neq 0$$

$$x \neq -4$$

La valeur interdite est -4 .

2^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} \neq -4$$

Donc,

$$S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$





4^{ème} équation :

$$\frac{6x + 2}{3x + 1} = 0$$

1^{ère} étape :

Cherchons la valeur interdite.

$$3x + 1 \neq 0$$

$$3x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{3}$$

La valeur interdite est $-\frac{1}{3}$.

2^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$6x + 2 = 0$$

$$6x = -2$$

$$x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$-\frac{1}{3}$ est la valeur interdite, donc il n'y a pas de solutions.

$$S = \emptyset$$

5^{ème} équation :

$$\frac{x + 3}{2 - x} = 0$$

1^{ère} étape :

Cherchons la valeur interdite.

$$2 - x \neq 0$$

$$-x \neq -2$$

$$x \neq 2$$

La valeur interdite est 2.

2^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$-3 \neq 2$$

Donc,

$$S = \{-3\}$$



**EXERCICE 2**

Résoudre les équations suivantes.

1^{ère} équation :

$$\frac{3}{1+x} + \frac{2-5x}{x} = 0$$

1^{ère} étape :

Cherchons les valeurs interdites.

$$1+x \neq 0 \text{ donc } x \neq -1 \text{ et } x \neq 0$$

Les valeurs interdites sont -1 et 0 .

2^{ème} étape :

Factorisons notre membre de gauche.

$$\begin{aligned} \frac{3}{1+x} + \frac{2-5x}{x} &= \frac{3x}{(1+x)x} + \frac{(2-5x)(1+x)}{x(1+x)} = \frac{3x + (2-5x)(1+x)}{(1+x)x} \\ &= \frac{3x + 2 + 2x - 5x - 5x^2}{(1+x)x} = \frac{-5x^2 + 2}{(1+x)x} \end{aligned}$$

3^{ème} étape :

Cherchons la/les valeurs qui annule(nt) le numérateur.

$$\begin{aligned} -5x^2 + 2 &= 0 \\ x^2 &= \frac{2}{5} \\ x &= \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{2}{5}} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\sqrt{\frac{2}{5}}; \sqrt{\frac{2}{5}} \right\}$$





2^{ème} équation :

$$\frac{5}{2-x} = \frac{3}{x+3}$$

1^{ère} étape :

Cherchons les valeurs interdites.

$$2-x \neq 0 \text{ donc } x \neq 2 \text{ et } x+3 \neq 0 \text{ donc } x \neq -3$$

Les valeurs interdites sont 2 et -3.

2^{ème} étape :

Utilisons l'égalité des produits en croix.

$$\frac{5}{2-x} = \frac{3}{x+3} \Leftrightarrow 5(x+3) = 3(2-x)$$

3^{ème} étape :

Réolvons cette équation.

$$5(x+3) = 3(2-x)$$

$$5x + 15 = 6 - 3x$$

$$5x + 3x = 6 - 15$$

$$8x = -9$$

$$x = -\frac{9}{8}$$

$$-\frac{9}{8} \neq 2 \text{ et } -\frac{9}{8} \neq -3$$

Donc,

$$S = \left\{ -\frac{9}{8} \right\}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”

