



LES SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

Exercices

Deux amies comparent la gestion de leur épargne sur Animal Crossing New Horizons.

Elodie dépense chaque mois 10% de la somme encore disponible sur son épargne.

Amélie ajoute chaque mois 15 clochettes à son épargne.

On note u_n la somme disponible pour Elodie, n mois après le début de l'étude.

On note S_n la somme disponible pour Amélie, n mois après le début de l'étude.

Au début de l'étude, le 1^{er} janvier 2021, Elodie possède 1200 clochettes et Amélie possède 100 clochettes.

On pose donc $u_0 = 1200$ et $S_0 = 100$.

Partie A : Etude de la suite (u_n)

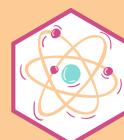
- 1) Calculer u_1, u_2, u_3 , et u_4 .
Que représente u_4 dans le contexte de l'exercice ?
- 2) Donner u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3) Préciser la nature de la suite (u_n) .
- 4) Justifier que la suite (u_n) est décroissante.
- 5) Exprimer u_n en fonction de n .
- 6) En déduire la valeur de u_{24} . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B : Etude de la suite (s_n)

- 1) Calculer s_1, s_2, s_3 , et s_4 .
Que représente s_4 dans le contexte de l'exercice ?
- 2) Donner s_{n+1} en fonction de s_n .
- 3) Préciser la nature de la suite (s_n) .
- 4) Justifier que la suite (s_n) est croissante.
- 5) Exprimer s_n en fonction de n .
- 6) En déduire la valeur de s_{24} . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C : Comparer deux évolutions

- 1) Dans un repère, représenter graphiquement les suites (u_n) et (s_n) pour $n \in [0; 20]$.
- 2) A partir de quel mois les économies d'Amélie seront-elles plus importantes que celles d'Elodie ?
- 3) Modéliser cette situation à l'aide d'un tableur.





Corrigés

Deux amies comparent la gestion de leur épargne sur Animal Crossing New Horizons. Elodie dépense chaque mois 10% de la somme encore disponible sur son épargne. Amélie ajoute chaque mois 15 clochettes à son épargne.

On note u_n la somme disponible pour Elodie, n mois après le début de l'étude.

On note S_n la somme disponible pour Amélie, n mois après le début de l'étude.

Au début de l'étude, le 1^{er} janvier 2021, Elodie possède 1200 clochettes et Amélie possède 100 clochettes.

On pose donc $u_0 = 1200$ et $S_0 = 100$.

Partie A : Etude de la suite (u_n)

- 1) Calculer u_1, u_2, u_3 , et u_4 .

Que représente u_4 dans le contexte de l'exercice ?

$$u_0 = 1200$$

$$u_1 = u_0 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = u_0 \times 0,9 = 1200 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 1080 \text{ clochettes}$$

$$u_2 = u_1 \times 0,9 = 1080 \times 0,9 = 972 \text{ clochettes}$$

$$u_3 = u_2 \times 0,9 = 972 \times 0,9 = 874,80 \text{ clochettes}$$

$$u_4 = u_3 \times 0,9 = 874,80 \times 0,9 = 787,32 \text{ clochettes}$$

u_4 représente la somme restante sur l'épargne d'Elodie au 1^{er} mai 2021.

- 2) Donner u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = u_n \times 0,9$$

- 3) Préciser la nature de la suite (u_n) .

La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9.

- 4) Justifier que la suite (u_n) est décroissante.

Tous nos termes sont positifs (car $u_0 > 0$ et $0,9 > 0$), nous pouvons donc calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

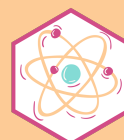
$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{u_n \times 0,9}{u_n} = 0,9$$

Donc

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$

Donc

$$u_{n+1} < u_n$$





Ainsi, la suite est décroissante.

Nous savions aussi que la raison est comprise entre 0 et 1, donc la suite est décroissante.

- 5) Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = u_0 \times q^n = 1200 \times 0,9^n$$

- 6) En déduire la valeur de u_{24} . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$$u_{24} = 1200 \times 0,9^{24} = 95,72 \text{ clochettes}$$

u_{24} représente la somme restante sur l'épargne d'Elodie au 1^{er} janvier 2023.

Partie B : Etude de la suite (s_n)

- 1) Calculer s_1, s_2, s_3 , et s_4 .

Que représente s_4 dans le contexte de l'exercice ?

$$s_0 = 100 \text{ €}$$

$$s_1 = 100 + 15 = 115 \text{ €}$$

$$s_2 = 115 + 15 = 130 \text{ €}$$

$$s_3 = 130 + 15 = 145 \text{ €}$$

$$s_4 = 145 + 15 = 160 \text{ €}$$

s_4 représente la somme présente sur le compte d'Amélie au 1^{er} mai 2021.

- 2) Donner s_{n+1} en fonction de s_n .

$$s_{n+1} = s_n + 15$$

- 3) Préciser la nature de la suite (s_n) .

La suite est une suite arithmétique de raison 15.

- 4) Justifier que la suite (s_n) est croissante.

$s_{n+1} - s_n = s_n + 15 - s_n = 15 > 0$ donc $s_{n+1} > s_n$ donc la suite est croissante.

Nous savions aussi que la raison est strictement positive, donc la suite est croissante.

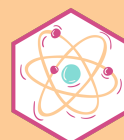
- 5) Exprimer s_n en fonction de n .

$$s_n = s_0 + nr = 100 + 15n$$

- 6) En déduire la valeur de s_{24} . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$$s_{24} = 100 + 15 \times 24 = 460$$

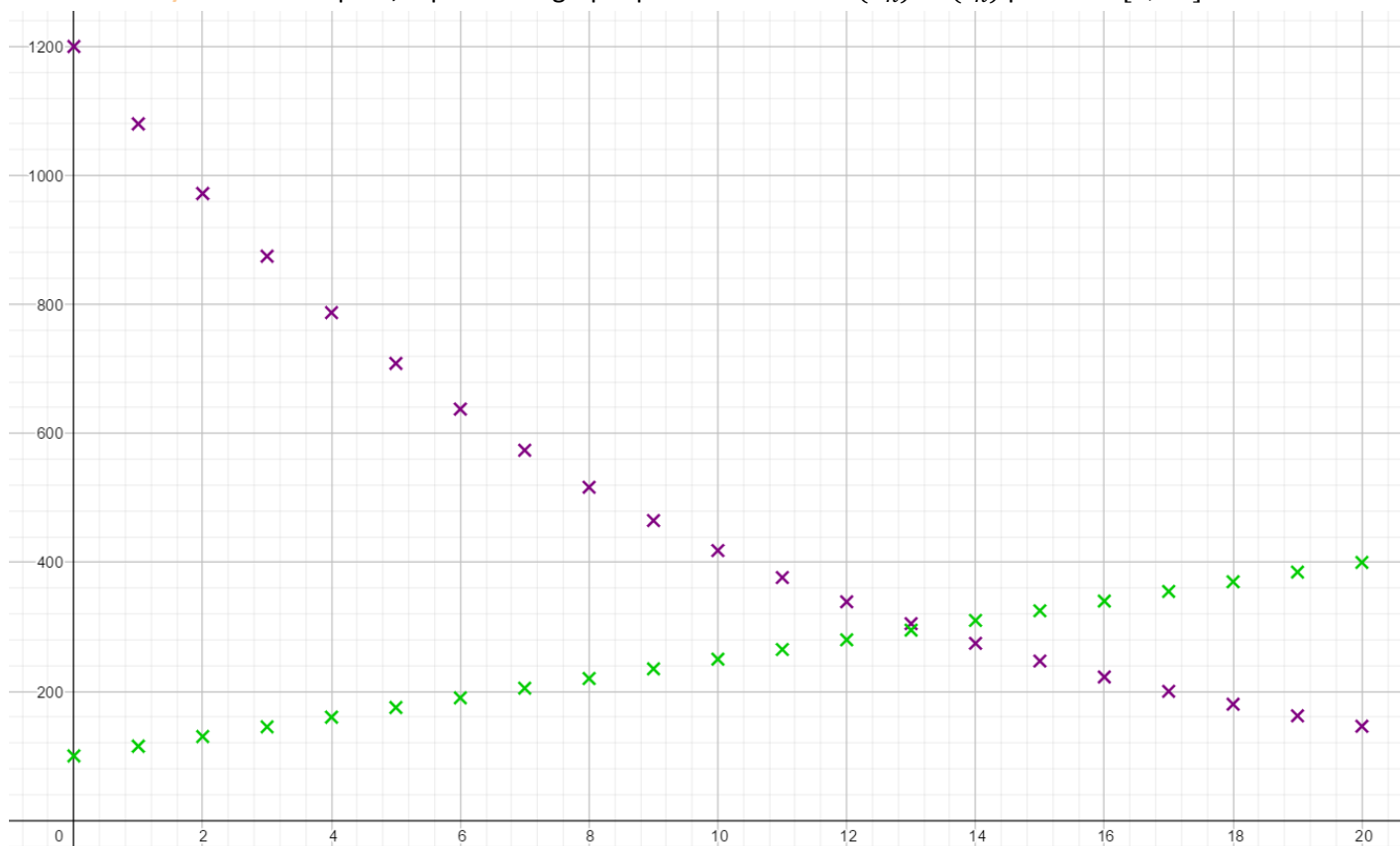
s_{24} représente la somme présente sur le compte d'Angèle au 1^{er} janvier 2023.





Partie C : Comparer deux évolutions

1) Dans un repère, représenter graphiquement les suites (u_n) et (s_n) pour $n \in [0; 20]$.



2) A partir de quel mois les économies d'Amélie seront-elles plus importantes que celles d'Elodie ?

Les économies d'Amélie sont plus importantes que celles d'Elodie à partir du 14^{ème} mois.

3) Modéliser cette situation à l'aide d'un tableau.

n	12	13	14	15	16
u_n	338,92	305,02	274,52	247,07	222,36
s_n	280	295	310	325	340

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”

