



LES SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

Exercices

Mario et Luigi ont une mission : ils doivent récolter le plus de pièces et d'étoiles possibles.

Pour cela, ils ont le choix entre deux plateaux de jeu. Chaque plateau est composé de 200 cases à parcourir.

Mario choisit le premier plateau, qui lui permet de gagner 5 pièces à chaque case parcourue, y compris la case départ. Le nombre d'étoiles est actualisée à chaque case, il est égal à $\frac{1}{20}$ du nombre de pièces total.

Luigi choisit le second plateau, qui lui permet d'obtenir 1 étoile toutes les deux cases. A la case départ, Luigi reçoit 10 pièces, puis, à chaque case, son nombre de pièces connaît une augmentation de 10%.

Nous appellerons M_n le nombre de pièces de Mario à la n -ième case.

Nous appellerons L_n le nombre de pièces de Luigi à la n -ième case.

Nous appellerons E_n le nombre d'étoiles **totales** récoltées par **Mario et Luigi** à la n -ième case.

La case départ est la 1^{ère} case ($n = 1$).

Partie A : Mario et ses pièces

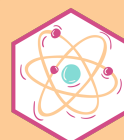
- 1) Exprimer M_{n+1} en fonction de M_n .
- 2) De quelle nature est la suite (M_n) ? Exprimer M_n en fonction de n .
- 3) Donner les 5 premiers termes de la suite (M_n) .
- 4) Au bout de combien de cases parcourues Mario aura-t-il 200 pièces ?

Partie B : Luigi et ses pièces

- 1) Exprimer L_{n+1} en fonction de L_n .
- 2) De quelle nature est la suite (L_n) ? Exprimer L_n en fonction de n .
- 3) Donner les 5 premiers termes de la suite (L_n) .
- 4) Justifier pourquoi la suite (L_n) est croissante.

Partie C : Mario & Luigi

- 1) Qui de Mario et Luigi aura gagné le plus de pièces sur la 20^{ème} case ?
- 2) A l'aide d'une calculatrice, trouver la case sur laquelle Luigi aura plus de pièces que Mario.





Partie D : Les Etoiles !

- 1) Exprimer E_n en fonction de M_n et n .
- 2) Exprimer E_n en fonction de n .
- 3) A partir de quelle case Mario et Luigi dépasse-t-ils les 100 étoiles ?
- 4) Combien d'étoiles auront-ils quand ils seront arrivés sur la dernière case ?

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Mario et Luigi ont une mission : ils doivent récolter le plus de pièces et d'étoiles possibles.

Pour cela, ils ont le choix entre deux plateaux de jeu. Chaque plateau est composé de 200 cases à parcourir.

Mario choisi le premier plateau, qui lui permet de gagner 5 pièces à chaque case parcourue, y compris la case départ. Le nombre d'étoiles est actualisée à chaque case, il est égal à $\frac{1}{20}$ du nombre de pièces total.

Luigi choisi le second plateau, qui lui permet d'obtenir 1 étoile toutes les deux cases. A la case départ, Luigi reçoit 10 pièces, puis, à chaque case, son nombre de pièces connaît une augmentation de 10%.

Nous appellerons M_n le nombre de pièces de Mario à la n-ième case.

Nous appellerons L_n le nombre de pièces de Luigi à la n-ième case.

Nous appellerons E_n le nombre d'étoiles **totales** récoltées par **Mario et Luigi** à la n-ième case.

La case départ est la 1^{ère} case ($n = 1$).

Partie A : Mario et ses pièces

- 1) Exprimer M_{n+1} en fonction de M_n .

$$M_{n+1} = M_n + 5$$

- 2) De quelle nature est la suite (M_n) ? Exprimer M_n en fonction de n .

La suite (M_n) est une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $M_1 = 5$.

$$M_1 = 5 = 5 \times 1$$

$$M_2 = 5 + 5 = 5 \times 2$$

$$M_3 = 5 + 5 + 5 = 5 \times 3$$

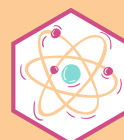
$$M_4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4$$

$$M_n = 5n$$

De manière générale, la formule explicite d'une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_p et de raison r est :

$$u_n = u_p + r(n - p)$$

$$M_n = M_1 + 5(n - 1) = 5 \times 1 + 5(n - 1) = 5(1 + n - 1) = 5n$$





- 3) Donner les 5 premiers termes de la suite (M_n) .

$$M_1 = 5 \quad M_2 = 10 \quad M_3 = 15 \quad M_4 = 20 \quad M_5 = 25$$

- 4) Au bout de combien de cases parcourues Mario aura-t-il 200 pièces ?

$$\begin{aligned} M_n &= 5n \\ 5n &= 200 \\ n &= \frac{200}{5} = 40 \end{aligned}$$

Mario aura 200 pièces au bout de 40 cases.

Partie B : Luigi et ses pièces

- 1) Exprimer L_{n+1} en fonction de L_n .

❖ Pour une baisse :

$$\text{Valeur Finale} = \text{Valeur Initiale} \times (1 - \text{taux})$$

❖ Pour une augmentation :

$$\text{Valeur Finale} = \text{Valeur Initiale} \times (1 + \text{taux})$$

$$L_{n+1} = L_n \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1,10L_n$$

- 2) De quelle nature est la suite (L_n) ? Exprimer L_n en fonction de n .

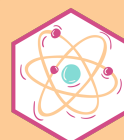
La suite (L_n) est géométrique de raison 1,10 et de premier terme $L_1 = 10$.

$$\begin{aligned} L_1 &= 10 = 10 \times 1,10^0 = 10 \times 1,10^{1-1} \\ L_2 &= 10 \times 1,10 = 10 \times 1,10^1 = 10 \times 1,10^{2-1} \\ L_3 &= 10 \times 1,10 \times 1,10 = 10 \times 1,10^2 = 10 \times 1,10^{3-1} \\ L_4 &= 10 \times 1,10 \times 1,10 \times 1,10 = 10 \times 1,10^3 = 10 \times 1,10^{4-1} \\ L_n &= 10 \times 1,10^{n-1} \end{aligned}$$

De manière générale, la formule explicite d'une suite géométrique (u_n) de premier terme u_p et de raison q est :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$

$$L_n = L_1 \times 1,10^{n-1} = 10 \times 1,10^{n-1}$$





- 3) Donner les 5 premiers termes de la suite (L_n) .

$$L_1 = 10 \quad L_2 = 11 \quad L_3 = 11 \times 1,10 = 12,10 \quad L_4 = 12,10 \times 1,10 = 13,31$$

$$L_5 = 13,31 \times 1,10 = 14,641$$

- 4) Justifier pourquoi la suite (L_n) est croissante.

La suite (L_n) a son premier terme positif ($10 > 0$), ET sa raison est supérieur à 1 ($1,10 > 1$), donc elle est croissante.

Partie C : Mario & Luigi

- 1) Qui de Mario et Luigi aura gagné le plus de pièces sur la 20^{ème} case ?

$$M_{20} = 5 \times 20 = 100$$

$$L_{20} = 10 \times 1,10^{20-1} = 61,16$$

C'est Mario qui aura le plus de pièces à la 20^{ème} case.

- 2) A l'aide d'une calculatrice, trouver la case sur laquelle Luigi aura plus de pièces que Mario.

$$m_{28} = 145 \quad L_{28} = 144,20$$

$$m_{29} = 150 \quad L_{29} = 158,63$$

Donc c'est à partir de la 29^{ème} case que Luigi aura plus de pièces que Mario.

Partie D : Les Etoiles !

- 1) Exprimer E_n en fonction de M_n et n .

$$E_n = \frac{1}{20} M_n + 0,5n$$

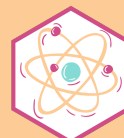
- 2) Exprimer E_n en fonction de n .

$$E_n = \frac{1}{20} \times 5n + 0,5n$$

$$E_n = \frac{5}{20} n + 0,5n$$

$$E_n = 0,25n + 0,5n$$

$$E_n = 0,75n$$





- 3) A partir de quelle case Mario et Luigi dépasse-t-ils les 100 étoiles ?
On cherche n pour $E_n = 100$,

$$100 = 0,75n$$

$$n = \frac{100}{0,75}$$

$$n = 134$$

C'est à partir de la 134^{ème} case que Mario et Luigi dépasse les 100 étoiles.

- 4) Combien d'étoiles auront-ils quand ils seront arrivés sur la dernière case ?

$$E_{200} = 0,75 \times 200$$

$$E_{200} = 150$$

Ils auront 150 étoiles sur la dernière case.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”

