

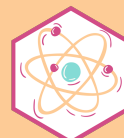


ÉQUATIONS CARTÉSIENNES

Révisions

- ❖ Si deux **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**, alors les **vecteurs** $\overrightarrow{AB}(x, y)$ et $\overrightarrow{DC}(x', y')$ sont dits **colinéaires**.
On a alors qu'un vecteur est multiple de l'autre, et le **déterminant (produit en croix)** des coordonnées est **nul**, donc $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ ($k \in \mathbb{R}$) et $xy' - x'y = 0$.
- ❖ De manière générale, on peut dire que l'équation cartésienne d'une droite qui a pour vecteur directeur $\vec{u} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est de la forme $ax + by + c = 0$.

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.





Exercices

EXERCICE 1

Soient deux points $A(-3 ; 3)$ et $B(-2 ; 1)$. Donner une équation cartésienne de la droite (AB) .

EXERCICE 2

Soient trois points $A(-1 ; 0)$, $B(-1 ; 1)$ et $C(-5 ; 3)$.

- 1) Donner une équation cartésienne de la droite (d) , passant par C et parallèle à (AB) .
- 2) A quel axe cette droite est-elle parallèle ?

EXERCICE 3

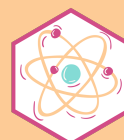
Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d') .

Soient $A(-5 ; 2) \in (d)$ et $B(-1 ; 0) \in (d')$.

- 1) Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ?
- 2) Donner les coordonnées de I , l'intersection de (d) et (d') .

Pour plus d'exercices accompagnés de leurs corrigés, n'hésitez pas à commander l'un des packs disponibles sur ce site, dans l'onglet [Commander](#).

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.





Corrigé

EXERCICE 1

Soient deux points $A(-3 ; 3)$ et $B(-2 ; 1)$. Donner une équation cartésienne de la droite (AB) .

Le vecteur \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de notre droite (AB) .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-3) \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Une équation cartésienne de la droite (AB) est de la forme :

$$ax + by + c = 0$$

$$\text{avec } a = -2 \text{ et } b = -1$$

Donc on obtient :

$$-2x - y + c = 0$$

Injectons les coordonnées de B dans notre équation :

$$-2 \times (-2) - 1 + c = 0$$

$$4 - 1 + c = 0$$

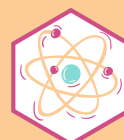
$$c = -3$$

Une équation cartésienne de la droite (AB) est :

$$-2x - y - 3 = 0$$

Une autre équation plus agréable est :

$$2x + y + 3 = 0$$



**EXERCICE 2**

Soient trois points $A(-1 ; 0)$, $B(-1 ; 1)$ et $C(-5 ; 3)$.

- 1) Donner une équation cartésienne de la droite (d) , passant par C et parallèle à (AB) .

Comme les droites (d) et (AB) sont parallèles, elles ont les mêmes vecteurs directeurs.

Le vecteur \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de notre droite (AB) et donc de la droite (d) .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-1) \\ 1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Une équation cartésienne de la droite (AB) est de la forme :

$$ax + by + c = 0$$

$$\text{avec } a = 1 \text{ et } b = 0$$

Donc on obtient :

$$x + c = 0$$

On sait que $C(-5 ; 3) \in (d)$, on injecte donc les coordonnées de C dans notre équation.

$$-5 + c = 0$$

$$c = 5$$

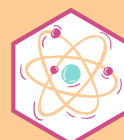
Une équation cartésienne de la droite (d) est :

$$x + 5 = 0$$

- 2) A quel axe cette droite est-elle parallèle ?

$$x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$$

L'axe des ordonnées a aussi comme vecteur directeur $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, donc cette droite est parallèle à l'axe des ordonnées.





EXERCICE 3

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d') .

Soient $A(-5 ; 2) \in (d)$ et $B(-1 ; 0) \in (d')$.

1) Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ?

1^{ère} méthode :

| | | |
|-----|---|----|
| x | 2 | 2 |
| y | 1 | -4 |

$$2 \times 1 = 2$$

$$1 \times 1 = 1 \neq -4$$

Donc il n'y a pas de coefficient de proportionnalité pour passer des coordonnées de \vec{u} à celles de \vec{v} , donc les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

2^{ème} méthode :

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = 2 \times (-4) - 1 \times 2 = -10$$

Donc les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

2) Donner les coordonnées de I , l'intersection de (d) et (d') .

Équation cartésienne de (d) :

L'équation est de la forme :

$$x - 2y + c = 0$$

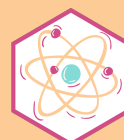
Cherchons c :

$$-5 - 2 \times 2 + c = 0$$

$$-5 - 4 + c = 0$$

$$c = 9$$

$$(d) : x - 2y + 9 = 0$$





Équation cartésienne de (d') :

L'équation est de la forme :

$$-4x - 2y + c = 0$$

Cherchons c :

$$-4 \times (-1) - 2 \times 0 + c = 0$$

$$4 + c = 0$$

$$c = -4$$

$$(d') : -4x - 2y - 4 = 0$$

Cherchons les coordonnées de I , intersection de (d) et de (d') :

Comme I est l'intersection de (d) et de (d') , il appartient aux deux droites.

Comme $I \in (d)$, ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de (d) , donc :

$$x_I - 2y_I + 9 = 0$$

Comme $I \in (d')$, ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de (d') , donc :

$$-4x_I - 2y_I - 4 = 0$$

Finalement, on peut écrire l'équation suivante :

$$x_I - 2y_I + 9 = -4x_I - 2y_I - 4$$

$$x_I + 9 = -4x_I - 4$$

$$x_I + 4x_I = -4 - 9$$

$$5x_I = -13$$

$$x_I = -\frac{13}{5}$$

En injectant x_I dans l'équation de (d) on obtient :

$$-\frac{13}{5} - 2y_I + 9 = 0$$

$$-2y_I + \frac{32}{5} = 0$$

$$y_I = -\frac{32}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{16}{5}$$

$$\text{Donc } I \left(-\frac{13}{5}; \frac{16}{5}\right).$$

Pour plus d'exercices accompagnés de leurs corrigés, n'hésitez pas à commander l'un des packs disponibles sur ce site, dans l'onglet [Commander](#).



Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

